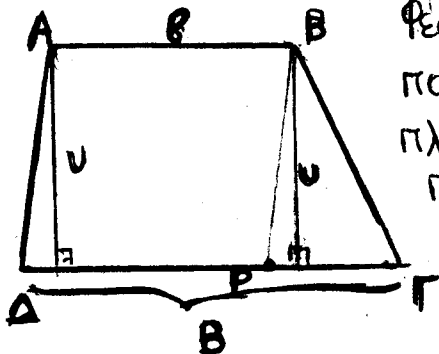


Αποδείξεις του τύπου του Εμβαδού τραπεζίου

# Απόδειξη 1<sup>η</sup>



Φέρνουμε την  $ΒΡ // ΑΔ$ . Το  $ΑΒΡΔ$  είναι παραλληλόγραμμο (έχει τις απέναντι πλευρές  $ΑΒ$  και  $ΔΡ$ ,  $ΑΔ$  και  $ΒΡ$  παράλληλες)

$$Ε_{ΑΒΓΔ} = Ε_{ΑΒΡΔ} + Ε_{ΒΓΡ}$$

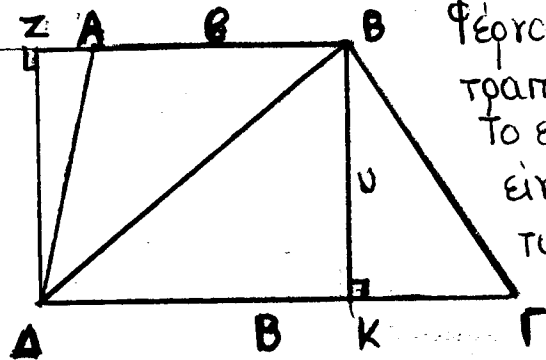
$$Ε_{ΑΒΡΔ} = \text{βάση} \times \text{ύψος} = ΔΡ \cdot υ = ΑΒ \cdot υ = β \cdot υ$$

$$Ε_{ΒΓΡ} = \frac{\text{βάση} \times \text{ύψος}}{2} = \frac{ΡΓ \cdot υ}{2} = \frac{(ΔΓ - ΔΡ) \cdot υ}{2} = \frac{(β - β) \cdot υ}{2}$$

Οπότε  $Ε_{ΑΒΓΔ} = Ε_{ΑΒΡΔ} + Ε_{ΒΓΡ}$

$$\begin{aligned} &= β \cdot υ + \frac{(β - β) \cdot υ}{2} \\ &= \frac{2β \cdot υ}{2} + \frac{(β - β) \cdot υ}{2} \\ &= \frac{2β \cdot υ + (β - β) \cdot υ}{2} \\ &= \frac{2β \cdot υ + β \cdot υ - β \cdot υ}{2} \\ &= \frac{β \cdot υ + β \cdot υ}{2} = \frac{(β + β) \cdot υ}{2} \end{aligned}$$

# Απόδειξη $2^n$



Φέρνουμε τη διαγώνιο ΒΔ του τραπέζιου.

Το εμβαδό του τραπέζιου ΑΒΓΔ είναι το άθροισμα των εμβαδών των 2 τριγώνων ΑΒΔ και ΔΒΓ

$$E_{B\Delta\Gamma} = \frac{\text{βάση} \times \text{ύψος}}{2} = \frac{\Delta\Gamma \cdot B\kappa}{2} = \frac{B \cdot \upsilon}{2}$$

$$E_{A\Delta B} = \frac{\text{βάση} \times \text{ύψος}}{2} = \frac{A\beta \cdot \Delta\zeta}{2} = \frac{B \cdot \upsilon}{2}$$

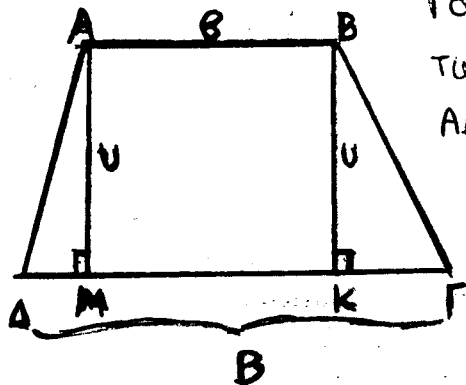
$$\text{ΟΠΟΤΕ } E_{A\beta\Gamma\Delta} = E_{B\Delta\Gamma} + E_{A\Delta B} = \frac{B \cdot \upsilon}{2} + \frac{B \cdot \upsilon}{2}$$

$$= \frac{B \cdot \upsilon + B \cdot \upsilon}{2}$$

$$= \frac{(B+B) \cdot \upsilon}{2}$$

$$2$$

## Απόδειξη 3<sup>η</sup>



Το εμβαδόν του τραπέζιου ΑΒΓΔ είναι το άθροισμα των εμβαδών των δύο ορθογωνίων τριγώνων ΑΔΜ και ΒΚΓ και του ορθογωνίου παραλληλογράμμου ΑΒΚΜ

$$ΕΑΒΚΜ = \text{βάση} \cdot \text{ύψος} = ΑΒ \cdot u = \alpha \cdot u$$

$$ΕΑΜΔ = \frac{\text{βάση} \cdot \text{ύψος}}{2} = \frac{\Delta Μ \cdot u}{2}$$

$$ΕΒΚΓ = \frac{\text{βάση} \cdot \text{ύψος}}{2} = \frac{ΚΓ \cdot u}{2}$$

$$\text{ΟΠΟΤΕ } ΕΑΒΓΔ = ΕΑΒΚΜ + ΕΑΜΔ + ΕΒΚΓ = \frac{\Delta Μ \cdot u}{2} + \frac{ΚΓ \cdot u}{2} + \alpha \cdot u$$

$$= \frac{2\alpha u}{2} + \frac{\Delta Μ \cdot u}{2} + \frac{ΚΓ \cdot u}{2}$$

$$= \frac{2\alpha \cdot u + \Delta Μ \cdot u + ΚΓ \cdot u}{2}$$

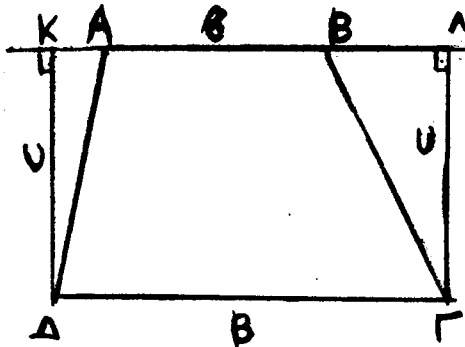
$$= \frac{2\alpha u + (\Delta Μ + ΚΓ) \cdot u}{2}$$

$$= \frac{2\alpha u + (\beta - \alpha) \cdot u}{2}$$

$$= \frac{2\alpha u + (\beta - \alpha) \cdot u}{2}$$

$$= \frac{2\alpha u + (\beta - \alpha) \cdot u}{2} = \frac{(2\alpha + \beta - \alpha) \cdot u}{2} = \frac{(\alpha + \beta) \cdot u}{2}$$

## Απόδειξη 4<sup>η</sup>



Φέρνουμε τις ΚΑ και ΒΛ κάθετες στην ΑΒ.  
Το εμβαδό του τραπέζιου ΑΒΓΔ θα βρεθεί  
αφ'από το εμβαδό του ορθογωνίου παραλλη-  
λογραμμού ΚΑΓΔ αφαιρέσουμε τα εμβαδά  
των τριγώνων ΚΑΔ και ΒΛΓ

$$ΕΚΑΔ = \text{βάση} \cdot \text{ύψος} = ΔΓ \cdot ΚΑ = Β \cdot U$$

$$ΕΚΑΔ = \frac{\text{βάση} \cdot \text{ύψος}}{2} = \frac{ΚΑ \cdot ΚΔ}{2} = \frac{ΚΑ \cdot U}{2}$$

$$ΕΒΛΓ = \frac{\text{βάση} \cdot \text{ύψος}}{2} = \frac{ΒΛ \cdot ΛΓ}{2} = \frac{ΒΛ \cdot U}{2}$$

$$\text{Οπότε } ΕΑΒΓΔ = ΕΚΑΔ - ΕΚΑΔ - ΕΒΛΓ = Β \cdot U - \frac{ΚΑ \cdot U}{2} - \frac{ΒΛ \cdot U}{2}$$

$$= \frac{2Β \cdot U}{2} - \frac{ΚΑ \cdot U + ΒΛ \cdot U}{2} =$$

$$= \frac{2Β \cdot U}{2} - \frac{(ΚΑ + ΒΛ) \cdot U}{2} =$$

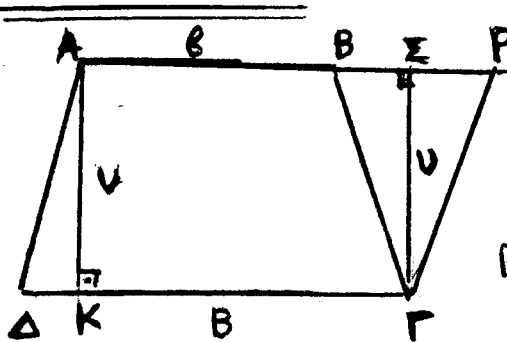
$$= \frac{2Β \cdot U}{2} - \frac{(ΚΛ - ΑΒ) \cdot U}{2} = \frac{2Β \cdot U}{2} - \frac{(ΔΓ - ΑΒ) \cdot U}{2} =$$

$$= \frac{2Β \cdot U}{2} - \frac{(Β - β) \cdot U}{2} = \frac{2ΒU - (Β - β) \cdot U}{2} =$$

$$= \frac{2ΒU - (ΒU - βU)}{2} = \frac{2ΒU - ΒU + βU}{2} = \frac{ΒU + βU}{2} =$$

$$= \frac{(Β + β) \cdot U}{2}$$

Απόδειξη 5<sup>η</sup>



φέρουμε τη  $\Gamma\rho \parallel \text{Α}\beta$ .  
 Το ΑΔΓΡ είναι παραλληλόγραμμο  
 (έχει τις απέναντι πλευρές ΑΡ και  
 ΔΓ και ΑΔ και ΡΓ παράλληλες)

$$ΕΑΒΓΔ = ΕΑΔΓΡ - ΕΒΡΓ$$

$$ΕΑΔΓΡ = \text{βάση} \times \text{ύψος} = \Delta\Gamma \cdot \text{ΑΚ} = Β \cdot u$$

$$\begin{aligned} ΕΒΡΓ &= \frac{\text{βάση} \times \text{ύψος}}{2} = \frac{Β\rho \cdot \Gamma\Xi}{2} = \frac{Β\rho \cdot u}{2} = \frac{(Α\rho - Αβ) \cdot u}{2} \\ &= \frac{(Δ\Gamma - Αβ) \cdot u}{2} = \frac{(Β - \beta) \cdot u}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ΟΠΟΤΕ } ΕΑΒΓΔ &= ΕΑΔΓΡ - ΕΒΡΓ = Β \cdot u - \frac{(Β - \beta) \cdot u}{2} \\ &= \frac{2Βu}{2} - \frac{(Β - \beta)u}{2} \\ &= \frac{2Βu - (Β - \beta)u}{2} \\ &= \frac{2Βu - (Βu - \beta u)}{2} = \frac{2Βu - Βu + \beta u}{2} \\ &= \frac{Βu + \beta u}{2} = \frac{(Β + \beta)u}{2} \end{aligned}$$

Χαραλαμπίδου

Μαρία - Ραφαέλα