



Τίτλος Εργασίας:

Ομάδα εργασίας: Οι μαθήτριες του β' 2
Ντελή Μαρία- Ντελή Δέσποινα

Επιβλέποντες καθηγητές:
Σμαράγδα Φαρίδου(ΠΕ01 & ΠΕ02) -
Δημήτριος Μέμτσας (ΠΕ03).

Εισαγωγή

- Κατά κοινή παραδοχή μία από τις πιο ενδιαφέρουσες καινοτομίες στο σύγχρονο σχολείο αποτελεί η **διαθεματικότητα**, δηλαδή η πολύ-πρισματική προσέγγιση της γνώσης, η δημιουργία διασυνδέσεων ανάμεσα στα επιστημονικά πεδία και η εστίαση σε ευρύτερους τομείς μάθησης. Έτσι, καταργούνται οι άκαμπτες διαχωριστικές γραμμές μεταξύ των γνωστικών αντικειμένων.

Εισαγωγή

- Εστιάζοντας ειδικότερα στο μάθημα των Θρησκευτικών θα λέγαμε ότι η **διαθεματική προσέγγιση** δίνει πολλές δυνατότητες και ανοίγει νέους ορίζοντες αναδεικνύοντας το εύρος και την ακτινοβολία του.
- Στη συγκεκριμένη εισήγηση θα επιχειρηθεί ο συσχετισμός του κατ' εξοχήν ανθρωπιστικού μαθήματος, των **Θρησκευτικών**, με το κατ' εξοχήν θετικό, τα **Μαθηματικά**.

Εισαγωγή

- Ο **Μέγας Βασίλειος**, ένας από τους Τρεις Ιεράρχες, τους τρεις «Μεγίστους Φωστήρας της Τρισηλίου Θεότητας», παραμένει πάντα ακοίμητο και ζωντανό πρότυπο στη συνείδηση της Εκκλησίας, γιατί κατόρθωσε να συνδυάσει στο πρόσωπό του τη χριστιανική πίστη με την αρχαιοελληνική παιδεία, την αρετή με τη σοφία και τη γνώση, την καλοσύνη και την αγάπη με τη φιλανθρωπία και την κοινωνική προσφορά.
- Ο Μέγας Βασίλειος, κορυφαίος Πατέρας της Ορθοδοξίας, μάς κληροδότησε έξοχες παιδαγωγικές υποθήκες, καθώς διακρινόταν όχι μόνο για τη θεολογική και ποιμαντορική του δράση, αλλά και την εξαιρετική διαλεκτική και ρητορική του ικανότητα. Κατά τη χαρακτηριστική ρήση του Γρηγορίου του Θεολόγου «ο λόγος του επιδρούσε σα βροντή, γιατί ο βίος του έλαμπε σαν αστραπή».

Εισαγωγή

- Ανάμεσα στο πλούσιο συγγραφικό έργο του Μεγάλου Βασιλείου ξεχωρίζει η **Εξαήμερος** που έχει λαμπρό διδακτικό περιεχόμενο. Είναι ένα από τα σημαντικότερα κείμενα της Πατερικής Γραμματείας και αποτελεί ουσιαστικά υπομνηματισμό στα πρώτα κεφάλαια της Γενέσεως.
- Σε ένα απόσπασμα αυτού του λόγου ο Μέγας Βασίλειος αναφέρεται χαρακτηριστικά στο **παράδειγμα της μέλισσας**: «Κατάμαθε πῶς τὰ τῆς γεωμετρίας εὐρέματα πάρεργά ἐστι τῆς σοφωτάτης μελίσεως». (Εξαήμερος Η', 20).

Ανάπτυξη κυρίως μέρους



6

- Παρατηρώντας ο άνθρωπος το φυσικό περιβάλλον διαπιστώνει πολύ συχνά ότι πίσω από πολλά φαινόμενα, που μοιάζουν τυχαία ή ανεξήγητα, κρύβεται μία **αρμονία** και μία **τελειότητα**.
- Ένα από τα πιο αξιοθαύμαστα έμβια όντα αποτελούν οι μέλισσες, οι οποίες έχουν «εφεύρει» τον καλύτερο τρόπο για να χτίσουν τις κερήθρες, κατασκευάζοντας εξαγωνικά τα κελιά τους.



Ανάπτυξη κυρίως μέρους



7

- Επιχειρώντας με μαθηματικό τρόπο να εξηγήσουμε την αιτία της **εξάγωνης κερήθρας** θα λέγαμε πως μόνο αυτό το σχήμα βοηθάει τις μέλισσες να εξοικονομήσουν πρώτη ύλη, δηλαδή κερί, αλλά και χώρο μέσα στην κυψέλη τους.
- Εάν οι μέλισσες έφτιαχναν, βέβαια, μεμονωμένα κελιά το ιδανικότερο σχήμα θα ήταν ο **κύλινδρος**, γιατί με την ίδια ποσότητα κεριού θα κέρδιζαν περισσότερο χώρο.

Ανάπτυξη κυρίως μέρους



8



- Επειδή, όμως, μία κυψέλη αποτελείται από πολυάριθμα κελιά, το ένα δίπλα στο άλλο, εάν το σχήμα των κελιών ήταν **κυκλικό**, **οκτάγωνο** ή **πεντάγωνο** τότε δε θα γέμιζε όλος ο διαθέσιμος χώρος και έτσι θα έμεναν μεταξύ αυτών διάκενα, πράγμα που θα σήμαινε σπατάλη υλικού, χώρου και χρόνου για τις μέλισσες.

Η μαθηματική εξήγηση



- Αναλυτικότερα, μία μέλισσα πρέπει ουσιαστικά να «πλακοστρώσει» τα κελιά της. Οι **μαθηματικοί** χρησιμοποιώντας τον όρο «**πλακόστρωση**» εννοούν την κάλυψη μία επιφάνειας με σχήματα χωρίς να παρουσιάζονται κενά, δηλαδή θα πρέπει να συνδυάζονται κατάλληλα, ώστε να καλύπτουν ολόκληρη την επιφάνεια.
- Λένε ότι τα ιδανικότερα σχήματα για να πλακοστρώσουμε μία επιφάνεια είναι τα **κανονικά πολύγωνα**, δηλαδή τα πολύγωνα που έχουν όλες τις πλευρές και τις γωνίες ίσες. Μάλιστα θα πρέπει να είναι τοποθετημένα με τέτοιο τρόπο, ώστε να έχουν κοινές πλευρές και κορυφές, ώστε να ταιριάζουν τέλεια μεταξύ τους.

Η μαθηματική εξήγηση



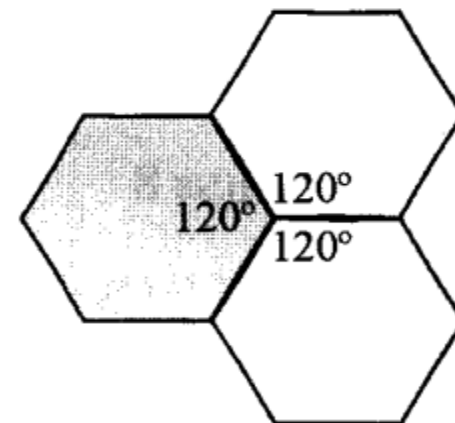
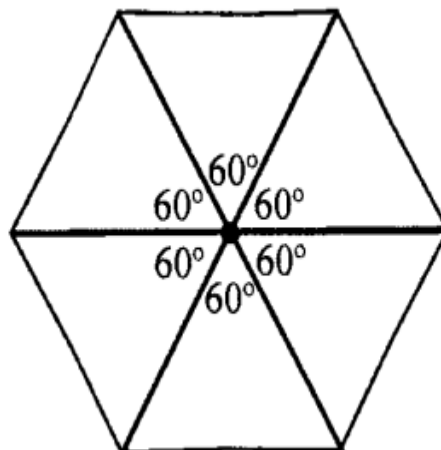
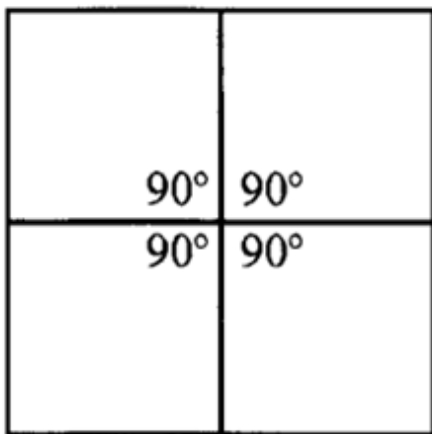
10

- Τίθεται το ερώτημα: Μπορούμε να καλύψουμε μία επιφάνεια με οποιαδήποτε κανονικά πολύγωνα;
- Η απάντηση είναι πως τα κανονικά πολύγωνα πρέπει να έχουν άθροισμα γωνιών γύρω από μία κοινή κορυφή 360° .
- Αυτό παρατηρείται μόνο στα **ισόπλευρα τρίγωνα**, στα **τετράγωνα** και στα **εξάγωνα**.

Η μαθηματική εξήγηση



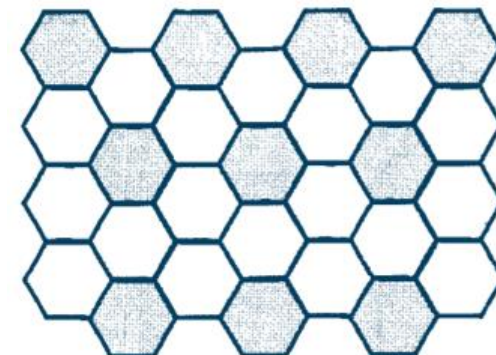
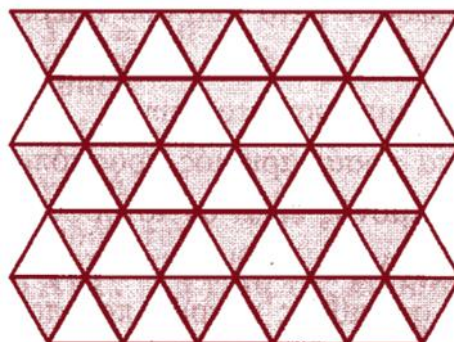
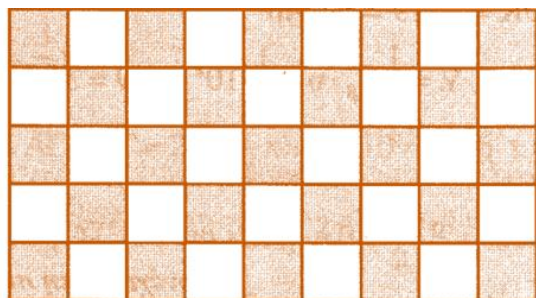
11



Τετράγωνο:
 $90^\circ + 90^\circ + 90^\circ + 90^\circ = 360^\circ$

Ισόπλευρο τρίγωνο:
 $60^\circ + 60^\circ + 60^\circ + 60^\circ + 60^\circ + 60^\circ = 360^\circ$

Εξάγωνο:
 $120^\circ + 120^\circ + 120^\circ = 360^\circ$



Η μαθηματική εξήγηση



12

- Γιατί, λοιπόν, η μέλισσα επιλέγει το κανονικό εξάγωνο και όχι το ισόπλευρο τρίγωνο ή τετράγωνο; Επειδή το σχήμα αυτό έχει τα περισσότερα πλεονεκτήματα σε σχέση με τα άλλα δύο.
- Ας υποθέσουμε ότι το απαιτούμενο εμβαδόν για κάθε κελί είναι 1 τετραγωνική μονάδα. Έτσι:

- στην περίπτωση κατά την οποία η μέλισσα θα κατασκεύαζε τετραγωνικά κελιά το καθένα θα είχε περίμετρο $4 \times 1 = 4$ μονάδες μήκους [μήκος πλευράς: 1]

- στην περίπτωση της τριγωνικής κατασκευής η περίμετρος του τριγώνου ισούται με $3 \times 1,52 = 4,56$ μονάδες μήκους [πλευρά 1,52]

- στην περίπτωση της εξαγωνικής κατασκευής η περίμετρος του κάθε κελιού ισούται με $0,62 \times 6 = 3,72$ μονάδες μήκους [μήκος πλευράς: 0,62]

Επομένως, το μοναδικό σχήμα με τη μικρότερη περίμετρο, δηλαδή αυτό με το οποίο η μέλισσα δαπανά λιγότερο κερί για την κατασκευή των κελιών, είναι το εξάγωνο.

Η μαθηματική εξήγηση



13

- Ακόμη αν υποθέσουμε ότι η περίμετρος και των τριών σχημάτων είναι 24cm, οι μαθηματικοί θα έλεγαν από τους τύπους υπολογισμού του εμβαδού ότι:

- στην περίπτωση της τετραγωνικής κατασκευής θα ίσχυε ότι: $E = 36 \text{ cm}^2$

- στην περίπτωση της τριγωνικής κατασκευής θα ίσχυε ότι: $E = 27,2 \text{ cm}^2$

- στην περίπτωση της εξαγωνικής κατασκευής θα ίσχυε ότι: $E = 40,8 \text{ cm}^2$

Το κανονικό εξάγωνο, επομένως, είναι αυτό που έχει τη μεγαλύτερη επιφάνεια σε σχέση με την περίμετρό του.

Η μαθηματική εξήγηση



14

□ Επιπλέον, σύμφωνα με τους ειδικούς αποδεικνύεται με ανώτερα μαθηματικά πως αν θέλουμε να διαμερίσουμε, δηλαδή να διαχωρίσουμε σε μικρότερα τμήματα ένα δοχείο, ώστε να περιέχεται όσο το δυνατό μέγιστος όγκος στα κελιά της διαμέρισης, αυτό επιτυγχάνεται με την επιλογή κανονικών εξαγώνων.



□ Τελικά, το **εξάγωνο** αποτελεί το **ιδανικότερο σχήμα** για την αποθήκευση μέγιστου όγκου μελιού.

Η μαθηματική εξήγηση



15

- Επίσης, το εξάγωνο:
 - επιτυγχάνει μία **άριστη αναλογία περιμέτρου/επιφάνειας**
 - εξυπηρετεί τη **σταθερότητα** της κερήθρας με τη δομή του
 - διαθέτει την πιο **καλή προσομοίωση του κύκλου**, γιατί έχει αμβλείες γωνίες(120°).
- Ας σημειωθεί ότι σε ένα κανονικό εξάγωνο μπορούμε να ορίσουμε έναν περιγεγραμμένο κύκλο που περνάει από όλες τις κορυφές του και ένα εγγεγραμμένο κύκλο, ο οποίος εφάπτεται σε όλες τις πλευρές του.

Η μαθηματική εξήγηση



16

- Να και μία ακόμη εντυπωσιακή διαπίστωση:
- Αν υποθέσουμε ότι έχουμε 1m^2 κελιού η πλευρά του εξαγώνου (0,62) σε σχέση με την πλευρά του ισοδύναμου τετραγώνου (1) είναι **σχέση χρυσής τομής** ($1/0,62=1,62$). Ο αριθμός ϕ θεωρείται ο δείκτης της τέλει αρμονίας που υπάρχει στη φύση και οι αρχαίοι Έλληνες τον εφάρμοσαν σε κάθε καλλιτεχνική δημιουργία γλυπτικής και αρχιτεκτονικής (αποδίδεται με το γράμμα ϕ προς τιμή του Φειδία).

Η μαθηματική εξήγηση



- Το αξιοθαύμαστο συμπέρασμα είναι πως η **μέλισσα**, αν και έχει εγκέφαλο μικρότερο από ένα σπόρο φυτού μοιάζει να ξέρει γεωμετρία και αριθμητική, γι' αυτό της έχει αποδοθεί ο χαρακτηρισμός «**μαθηματικός της φύσης**».
- Μάλιστα, όπως τονίζουν οι ερευνητές του πανεπιστημίου του Λονδίνου Royal Holloway έπειτα από πειράματα διαπίστωσαν ότι οι μέλισσες πετούν ακολουθώντας τη συντομότερη δυνατή διαδρομή ανάμεσα στα λουλούδια, έτσι ώστε να εξοικονομούν ενέργεια. Μοιάζουν έτσι να επιλύουν και ένα άλλο διάσημο γρίφο στο χώρο των οικονομικών και των μαθηματικών «το πρόβλημα του περιοδεύοντος πωλητή».
- Άλλοι ειδικοί έχουν μελετήσει το εντυπωσιακό σύστημα επικοινωνίας που διαθέτουν οι μέλισσες (κυκλικός ή οκτάσχημος χορός)

Ποιος όμως κρύβεται στ' αλήθεια πίσω από τη σπάνια σοφία που υπάρχει στα μικρά αυτά έμβια όντα, τις μέλισσες, πίσω από τη αρμονία που χαρακτηρίζει το σύμπαν και την ωραιότητα του φυσικού κόσμου;

Σίγουρα η πανσοφία του Δημιουργού. Ας ακούσουμε τα λόγια του Άγιου Αυγουστίνου:

*«Και ποιος είν' ο Θεός μου;...
 Ρώτησα τη γη κι αυτή μου είπε:
 «Δεν είμαι εγώ Θεός»
 Κι όλα που είναι πάνω της
 το ίδιο μ' ομολόγησαν.
 Ρώτησα τη θάλασσα με τα βάθη της
 κι όλα τα ζωντανά
 που μέσα της κινούνται
 και πήρα την απάντηση:
 «Θεός σου εμείς δεν είμαστε·
 ψάξε ψηλά πιο πάνω από μας»...
 Κι εγώ είπα σ' όλα τα πράγματα
 που είναι γύρω μου παντού:
 «Πέστε μου λοιπόν κάτι για το Θεό μου,
 μιας κι εσείς δεν είσαστε αυτός·
 ελάτε, πέστε μου κάτι γι' Αυτόν».
 Κι αυτά ύψωσαν μια κραυγή
 κι είπαν με δυνατή φωνή:
 «Αυτός μας δημιούργησε»!
 Η ερώτησή μου ήταν η σκέψη μου
 η απάντησή τους ήταν η ομορφιά τους».*

Συμπεράσματα

19

- Καταληκτικά θα λέγαμε πως η ενασχόλησή μας με το συγκεκριμένο θέμα μας οδήγησε αβίαστα στα ακόλουθα συμπεράσματα.

1

- Το μάθημα των Θρησκευτικών μέσα στο σύγχρονο διαρκώς μεταβαλλόμενο κόσμο στέλνει πάντα καίρια μηνύματα και δίνει αφορμές για γόνιμη σκέψη και προβληματισμό.

2

- Μαθηματικά και Θρησκευτικά –αν και εκ πρώτης όψεως φαίνονται διαφορετικά γνωστικά αντικείμενα- μπορούν τελικά να «διαλέγονται» μεταξύ τους.

3

- Ανακαλύπτοντας τη μαθηματική λογική και αρμονία που κρύβεται στη φύση δεν μπορεί κανείς παρά να θαυμάσει τη Δημιουργία και να αναφωνήσει μαζί με τον ψαλμωδό: «ὡς ἐμεγαλύνθη τὰ ἔργα σου, Κύριε· πάντα ἐν σοφίᾳ ἐποίησας» (Γ ψαλμοί 103, 24)

Βιβλιογραφία- Δικτυογραφία

- Δ. Λ. Δρίτσα - Δ. Ν. Μόσχου - ΣΤΥΛ. Λ. Παπαλεξανδροπούλου, «Χριστιανισμός και Θρησκευάματα», ΟΕΔΒ, Αθήνα 2009, σελ. 24
- Στάμη Τσικοπούλου, «Πλακοστρώσεις με κανονικά πολύγωνα», Ευκλείδης Α' λη' τ. 4, σελ. 22-25
- <http://mathmosxos.blogspot.gr/>
- <http://perikentro.blogspot.gr/>